

Cómo resolver un problema de sistemas de ecuaciones...

Son numerosos los enunciados matemáticos para los que resulta necesario plantear y resolver un sistema de ecuaciones. Aunque no existe un método mecánico para afrontar este tipo de situaciones, sí que disponemos de una secuencia de pasos que nos facilitarán el camino hacia el éxito. Recuerda que debes seguir de forma ordenada las etapas siguientes:

1º Comprensión del enunciado.

Debemos leer detenidamente el enunciado, tantas veces como sea necesario, subrayando con un marcador aquellos aspectos más importantes. Para superar esta etapa es importante haber detectado cuáles son nuestras incógnitas y cuáles son los datos conocidos. En ocasiones, es recomendable hacer un esquema gráfico del problema en esta etapa.

2º Planteamiento del sistema de ecuaciones.

Ahora debemos traducir cada una de las condiciones del enunciado en una ecuación, relacionando convenientemente los datos conocidos con las incógnitas mediante las operaciones oportunas. Al finalizar este paso, hemos de haber conseguido tantas ecuaciones como incógnitas tenga el problema.

3º Resolución del sistema de ecuaciones.

Aplicaremos cualquier método mecánico de resolución de sistemas que conozcamos para hallar el valor de cada incógnita.

4º Comprobación de las soluciones.

Sustituimos los valores encontrados en la etapa anterior en cada una de las ecuaciones planteadas inicialmente para comprobar si se cumplen las igualdades para dichos valores o no.

5º Dar respuesta al problema.

En la tercera etapa hemos obtenido unos valores numéricos que ahora debemos traducir a lenguaje literal para dar respuesta al problema. Es decir, debemos especificar de forma clara a qué magnitud hace referencia el valor o los valores obtenidos, utilizando su unidad adecuada. Si por ejemplo buscábamos un precio, debemos indicar “tantos euros...”, si se trataba de un volumen “tantos litros...”, etc.

Apliquemos ahora a modo de ejemplo estas etapas en la resolución de un problema concreto:

En un corral hay conejos y gallinas. Si contamos las cabezas hay 30, si contamos las patas hay 84. ¿Cuántos conejos y cuántas gallinas hay?

1º Comprensión del enunciado.

Leemos detenidamente el enunciado y marcamos en amarillo los datos conocidos y en rojo las incógnitas.

En un corral hay conejos y gallinas. Si contamos las cabezas hay 30, si contamos las patas hay 84. ¿Cuántos conejos y cuántas gallinas hay?

A continuación asignamos una letra para cada incógnita:

x: número de conejos.

y: número de gallinas.

Hemos detectado **dos incógnitas**, por lo que vamos a necesitar plantear **dos ecuaciones** para poder resolver el enunciado.

2º Planteamiento del sistema de ecuaciones:

(1) En total, hay 30 cabezas. Aplicando el sentido común, cada conejo y cada gallina tiene una cabeza; por lo tanto la suma de conejos y gallinas tiene que dar 30 →

Obtenemos una primera ecuación: $x + y = 30$

(2) Por otro lado, sabemos que hay 84 patas. De nuevo, hacemos uso del sentido común y tenemos en cuenta que cada conejo tiene 4 patas y cada gallina tiene 2 patas. Por lo tanto, si multiplicamos el número de patas de cada conejo (4) por el número de conejos (x) más el número de patas de cada gallina (2) por el número de gallinas (y) nos tiene que dar 84 →

Obtenemos la segunda ecuación: $4x + 2y = 84$

Con las ecuaciones (1) y (2), formamos un sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \ x + y = 30 \\ (2) \ 4x + 2y = 84 \end{array} \right\}$$

3º Resolución del sistema de ecuaciones:

Se trata de resolver el sistema de ecuaciones planteado en la etapa anterior para hallar los valores de “x” e “y” que satisfacen a la vez ambas ecuaciones. Para ello podemos usar cualquier método de resolución que hayamos aprendido anteriormente (reducción, igualación, sustitución o gráficamente). Nosotros resolveremos este sistema por el método de **sustitución** →

Recuerda que el método de sustitución consiste en despejar una incógnita (por ejemplo la y), de una ecuación (por ejemplo la primera), y sustituirla en la “y” de la ecuación que no hemos despejado (en este caso la segunda).

El procedimiento sería el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ 4x + 2y = 84 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 30 - x \\ 4x + 2y = 84 \end{array} \Rightarrow 4x + 2(30 - x) = 84;$$

Nos ha quedado una ecuación de primer grado con una incógnita (x). La resolvemos aplicando lo aprendido en unidades anteriores:

$$4x + 2(30 - x) = 84; \quad 4x + 60 - 2x = 84; \quad 4x - 2x = 84 - 60;$$

$$2x = 24; \quad x = \frac{24}{2} = 12; \quad \boxed{x = 12}$$

Ahora, sabiendo que “x” vale 12, buscamos “y” en la ecuación que hemos despejado:

$$\left. \begin{array}{l} y = 30 - x \\ x = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 30 - 12 = 18; \quad \boxed{y = 18}$$

4º Comprobación de las soluciones:

Para comprobar si hemos resuelto bien el sistema podemos sustituir las soluciones que hemos hallado en las ecuaciones que hemos planteado al principio y comprobar si se cumplen ambas igualdades.

En este caso, debemos sustituir la “x” por 12 y la “y” por 18 en ambas ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ 4x + 2y = 84 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 12 + 18 = 30 \\ 4 \cdot 12 + 2 \cdot 18 = 84 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 30 = 30 \\ 48 + 36 = 84 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 30 = 30 \\ 84 = 84 \end{array} \right\}$$

Efectivamente, se cumplen ambas igualdades, por lo que nuestras soluciones son correctas.

5º Dar respuesta al problema:

Al resolver el sistema hemos hallado el valor de “x” (igual a 12) y el valor de “y” (igual a 18). Para dar la respuesta final del problema debemos recordar a qué le habíamos llamado “x” y a qué le habíamos llamado “y”.

x: número de conejos.

y: número de gallinas.

Por lo tanto, la respuesta final del problema es:

En el corral hay 12 conejos y 18 gallinas.

¡Ánimo y nos vemos en el Aula!