Menú degustación: "Miscelánea de ejercicios resueltos…"

1. APERITIVO: ***"Proporcionalidad"***

Si el 01/02/2011 anotáis por la mañana la lectura de 3013,0 m^3 de consumo de agua y el 15/02/2011 por la mañana anotáis 3030,0 m^3, en un hogar con tres habitantes, ¿cuál es la media de consumo de agua, en litros por habitante y día de esta casa?

(Recordad: 1m^3=1000l)

En primer lugar tenemos que calcular el consumo de agua en m^3 durante el periodo estipulado. Para ello debemos restar ambas cantidades (cantidad final menos inicial):

$$3030{,}0 - 3013{,}0 = 17\ m^3$$

Este es el consumo, expresado en m^3, que han hecho 3 habitantes durante el periodo estipulado. Dicho periodo es de 14 días, ya que la primera lectura es del día 1 por la mañana y la segunda lectura es del día 15 por la mañana (15 -1 = 14 días completos).

Como nos piden el consumo en litros, podemos convertir esta cantidad de m^3 a litros. Recuerda que 1 dm^3 equivale a 1 litro:

$$17\ m^3 \cdot \frac{1000\ dm^3}{1\ m^3} = 17000\ dm^3 = 17000\ L.$$

Ahora debemos repartir (lo que significa dividir!) estos litros entre el número de habitantes de la casa:

$$\frac{17000\ L}{3\ hab.} = 5666{,}67\ L/hab.$$

Y por último, debemos repartir (dividir!) esta cantidad entre los días correspondientes a este consumo:

$$\frac{5666{,}67\ L/hab.}{14\ días} = 404{,}76\ L/hab.\ día$$

Por lo tanto, la media del consumo de agua en litros por habitante y día de esta casa es de 404,76 L / hab.día.

También se puede resolver este problema aplicando una regla de tres directa dos veces consecutivas:

- Los 17000 L corresponden a 3 habitantes. Queremos calcular el consumo de 1 habitante:

$$3\,hab. - - - - - - - - - 17000\,L$$
$$1\,hab. - - - - - - - - - x\,L.$$

Recuerda que si la regla de tres es directa, el número que está en diagonal con la x es el que divide:

$$x = \frac{17000 \cdot 1}{3} = \frac{17000}{3} = 5666{,}67\ L/hab.$$

- Los 5666,67 L corresponden al consumo de un habitante durante 14 días. Queremos calcular el consumo de un habitante en 1 día:

$$14\,días - - - - - - - - - 5666{,}67\ L/hab.$$
$$1\,día - - - - - - - - - x\ L/hab.$$

Establecemos la proporción y despejamos la x:

$$x = \frac{5666{,}67 \cdot 1}{14} = \frac{5666{,}67}{14} = 404{,}76\ L/hab.\,día$$

2. PRIMER ENTRANTE: *“Porcentajes y proporciones”*

Has decidido hacer una escapada de fin de semana a Londres con unos amigos para visitar a otra amiga que vive allí. Decides comprar el billete por Internet y utilizas un buscador para consultar los vuelos.

El billete cuesta 59,98 € pero a medida que sigues las instrucciones de las pantallas sucesivas compruebas como el precio va incrementando con diferentes conceptos, tal y como se observa en la siguiente tabla:

Desglose del precio:

Concepto	Precio	Cantidad	Precio total
Billete	59,98 € tarifa	x 1 Adulto(s)	59,98 €
Tasa	20% de la tarifa		¿? €
Cargos de gestión	15,00 €	x 1 Pasajero(s)	15,00 €
Maletas a facturar	32,99 €	x 1 Maleta	32,99 €
Seguro de anulación	4,49 €	x 1	4,99 €
SMS Confirmación Reserva*	1,00 €		1,00 €
Comisión por tarjeta de crédito	10,00 €	x 1	10,00 €
Descuento*	-5,00 €	x 1 Pasajero(s)	-5,00 €
*Importe aplicado sobre el cargo por gestión.		Total:	¿? €

a) **Si el precio de partida (tarifa) es de 59,98 €, ¿cuál es el valor de las tasas, se son de un 20% sobre la tarifa?**

Se trata de encontrar el tanto por ciento (20%) de una cantidad total (59,98 €):

$$20\%\ de\ 59,98 = \frac{20}{100} \cdot 59,98 = \frac{20 \cdot 59,98}{100} = \frac{1199,6}{100} = 11,996\ € \approx 12\ €$$

El valor de las tasas es de 12 €.

b) **Incluyendo las tasas, ¿cuál es el precio total del billete?**

Para calcular el precio total del billete aplicaremos la suma de números enteros. Debemos sumar todos los conceptos:

Precio total = 59,98 + 12 + 15 + 32,99 + 4,99 + 1 + 10 – 5 = 130,96

El precio total del billete asciende a 130,96 €.

c) Sumando todos los conceptos, ¿en qué porcentaje se ha incrementado el precio del billete desde la tarifa inicial hasta el total que vas a pagar?

En este caso debemos calcular un porcentaje de aumento. Conocemos el precio inicial y el precio final. Por lo tanto debemos aplicar la fórmula siguiente:

$$\boxed{\%\ Aumento = \frac{\Pr ecio\ \ final - \Pr ecio\ inicial}{\Pr ecio\ inicial} \cdot 100}$$

Precio inicial = 59,98 €
Precio final = 130,06 €

$$\%\ Aumento = \frac{130,96 - 59,98}{59,98} \cdot 100 = \frac{70,98}{59,98} \cdot 100 = \frac{7098}{59,98} = 118,34\%$$

El precio del billete se ha incrementado en un 118,34 % desde la tarifa inicial hasta el total que vas a pagar.

d) Has decidido cambiar unos 250 € en libras esterlinas (£). El cambio está en 1 € = £0,8436. ¿Cuántas libras te darán?

Se trata de un problema de proporcionalidad directa que podemos resolver planteando una regla de tres directa.

- Por cada euro nos dan 0,8436 libras. Queremos calcular las libras que nos darán con 250 euros:

$$1\,euro ---------\ 0,8436\ libras$$
$$250\ euros ---------\ x\ libras$$

Recuerda que si la regla de tres es directa, el número que está en diagonal con la x es el que divide:

$$x = \frac{250 \cdot 0,8436}{1} = \frac{210,9}{1} = 210,9\ libras$$

Al cambiar 250 € te darán £ 210,9.

e) Al volver del viaje te han sobrado £50 y decides volver a cambiarlas a €, ¿cuántos € te habrán sobrado?

Estamos de nuevo ante un problema de proporcionalidad directa que podemos resolver planteando una regla de tres directa.

- Un euro equivale a 0,8436 libras. Queremos calcular los euros que nos devolverán si nos han sobrado 50 libras:

$$\begin{array}{l} 1\,euro --------- 0,8436\,libras \\ x\,euros --------- 50\,libras \end{array}$$

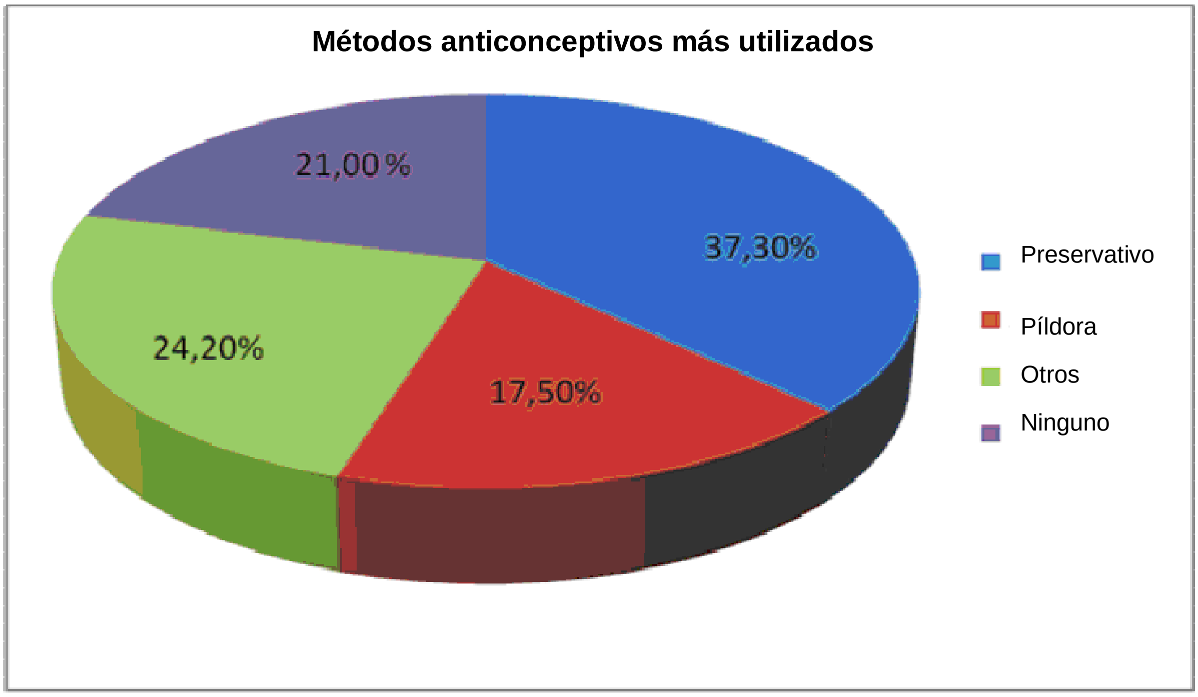
Recuerda que si la regla de tres es directa, el número que está en diagonal con la x es el que divide:

$$x = \frac{1 \cdot 50}{0,8436} = \frac{50}{0,8436} = 59,27\ euros$$

Al devolver £ 50 te sobrarán 59,27 €.

3. SEGUNDO ENTRANTE: *"Porcentajes"*

El gráfico siguiente o diagrama de sectores refleja los resultados de una encuesta que habéis realizado entre vuestros grupos de amigos y familiares para saber cuál es el método de prevención y/o anticonceptivo que utilizan normalmente. Habéis hablado con 50 personas en total:



a) **¿Cuántas personas del grupo usan normalmente el preservativo como método de prevención de enfermedades de transmisión sexual o método anticonceptivo?**

Se trata de encontrar el tanto por ciento (37,30%) de una cantidad total (50 personas):

$$37,30\%\ de\ 50 = \frac{37,30}{100} \cdot 50 = \frac{37,30 \cdot 50}{100} = \frac{1865}{100} = 18,65\ persones \approx 19\ personas$$

19 personas usan normalmente preservativo.

b) **¿Cuántas personas del grupo no usan ningún método anticonceptivo?**

Se trata de encontrar el tanto por ciento (21%) de una cantidad total (50 personas):

$$21\%\ de\ 50 = \frac{21}{100} \cdot 50 = \frac{21 \cdot 50}{100} = \frac{1050}{100} = 10,5\ persones \approx 11\ personas$$

11 personas no usan ningún método anticonceptivo.

c) **¿Cuántas personas del grupo usan algún método anticonceptivo?**

Simplemente debemos restar del total (50), el número de personas que no usan ningún método anticonceptivo (11):

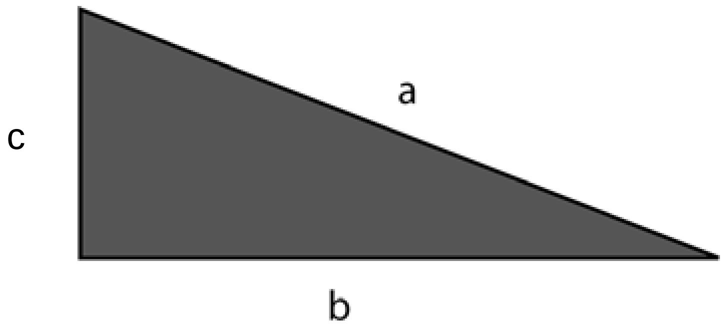
$$50 - 11 = 39 \text{ personas}$$

39 personas usan algún método anticonceptivo.

4. PLATO PRINCIPAL: *“Pitágoras y razones trigonométricas”*

Una escalera de 5 metros de longitud está apoyada entre el suelo y la pared de un edificio. El pie de la escalera se asienta a 3 metros del edificio. ¿A qué altura se encuentra el otro extremo? Calcula el ángulo que forma la escalera con la pared.

En primer lugar debemos hacer un esquema del problema:



La distancia a la que se asienta el pie de la escalera respecto al edificio corresponde a uno de los catetos del triángulo rectángulo:

b = 3 m

La longitud de la escalera corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo:

a = 5 m

La altura a la que se encuentra el otro extremo de la escalera corresponde al otro cateto del triángulo rectángulo:

c = ¿?

Antes de realizar cualquier cálculo, en un problema de geometría es importante tener en cuenta que todas las distancias deben estar en las mismas unidades. En este caso la longitud de la escalera y la distancia del pie de la escalera al edificio están ambas en metros. Esto significa que encontraremos la altura a la que se encuentra el otro extremo en metros. Si no fuera así, debemos hacer los cambios de unidades pertinentes para tener todas las distancias en las mismas unidades.

A continuación escribimos el teorema de Pitágoras general para este triángulo:

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Para poder hallar un cateto (en este caso el **c**), conociendo la hipotenusa y el otro cateto, debemos despejar **c** en la expresión anterior:

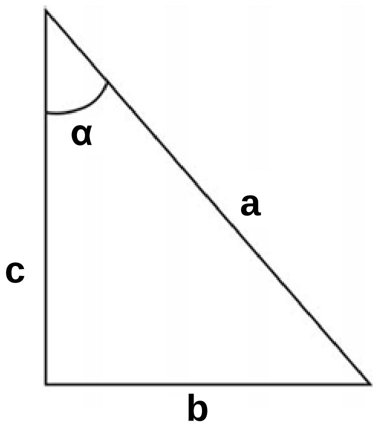
$$\boxed{c = \sqrt{a^2 - b^2}}$$

Sustituimos los valores de **a** y de **b** por 5 y 3 respectivamente y calculamos **c**:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4\ m$$

Respuesta: El otro extremo de la escalera se encuentra a una altura de 4 metros.

Para calcular el ángulo **α** ("alfa") que forma la escalera con la pared debemos recordar antes las tres razones trigonométricas fundamentales (seno, coseno y tangente) para un ángulo agudo de un triángulo rectángulo:



Seno:

$$\sin\alpha = \frac{cateto\ \ opuesto}{hipotenusa} = \frac{b}{a}$$

Coseno:

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ \ contiguo}{hipotenusa} = \frac{c}{a}$$

Tangente:

$$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{b}{c}$$

Para hallar el valor de un ángulo, intentaremos utilizar siempre los datos iniciales del problema; en este caso: b = 3 m y a = 5 m.

En este problema nos piden que calculemos el ángulo (**α**) que forma la escalera (**a**) con la pared (**c**). Para ello, y usando los datos iniciales (a y c) tenemos que preguntarnos cuál de las razones trigonométricas que acabamos de presentar relacionan un ángulo con su cateto opuesto y con la hipotenusa. La respuesta es clara: debemos aplicar el seno!

$$\sin\alpha = \frac{cateto\ \ opuesto}{hipotenusa} = \frac{b}{a} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Todavía no hemos calculado el ángulo α, de momento conocemos el valor de su seno, que es igual a 0,6. Ahora debemos preguntarle a la calculadora cuál es el ángulo cuyo seno vale 0,6. Para hacerlo debemos usar la siguiente secuencia de teclas:

SHIFT **SIN** **0** **.** **6** **=**

Si procedemos de forma adecuada nos tiene que aparecer en pantalla el ángulo siguiente:

36,86989765º

Nosotros redondearemos a las décimas, por lo tanto:

36,86989765º ≈ 36,9º

Respuesta: El ángulo que forma la escalera con la pared vale 36,9º.

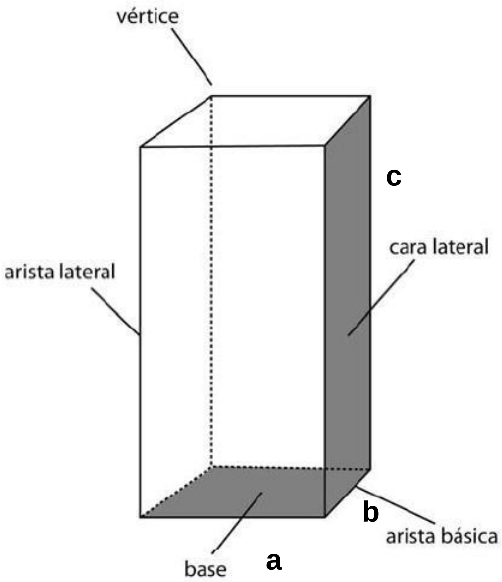
5. POSTRE: *“Perímetros, áreas y volúmenes”*

Tenemos una piscina de 1,5 m de profundidad que ocupa un terreno de 72 m^2.

a) Calcula el volumen de la piscina en m^3.

Una piscina, una caja de zapatos, una habitación,… son elementos del espacio que suelen tener forma de ortoedro. Para calcular el volumen de un ortoedro multiplicaremos el **largo** por el **ancho** por el **alto** (profundidad). Si no conocemos las tres dimensiones pero sí el área de la base y la altura, debemos multiplicar ambos datos.

- **Volumen del ortoedro:**



V = a·b·c = Área base · c

En este problema nos encontramos ante la segunda situación. Conocemos el área del terreno, es decir, el área de la base (72 m^2) y la profundidad de la piscina, es decir la altura (c = 1,5 m).

Aplicando la fórmula de forma adecuada obtenemos lo siguiente:

$$V = \text{Área base} \cdot c = 72 \cdot 1{,}5 = 108 \text{ m}^3$$

Al tratarse de un volumen, hemos de dar la respuesta en unidades de volumen. En este caso como el área de la base va en metros cuadrados y la profundidad en metros, obtenemos el volumen en metros cúbicos.

Respuesta: El volumen de la piscina es de 108 m^3.

b) ¿Cuántos litros de agua necesitaremos para llenarla toda? (Recuerda: 1 dm^3 = 1 l)

Se trata de una pregunta de cambio de unidades. Queremos convertir los metros cúbicos (unidad e volumen) a litros (unidad de capacidad). Para ello, tal y como aprendimos en el tema correspondiente utilizaremos los factores de conversión. Debemos pasar primero los metros cúbicos a decímetros cúbicos y posteriormente aplicar la equivalencia 1 dm^3 = 1 L.

$$108\ m^3 \cdot \frac{1000\ dm^3}{1\ m^3} = 108 \cdot 1000 = 108000\ dm^3 = 108000\ L$$

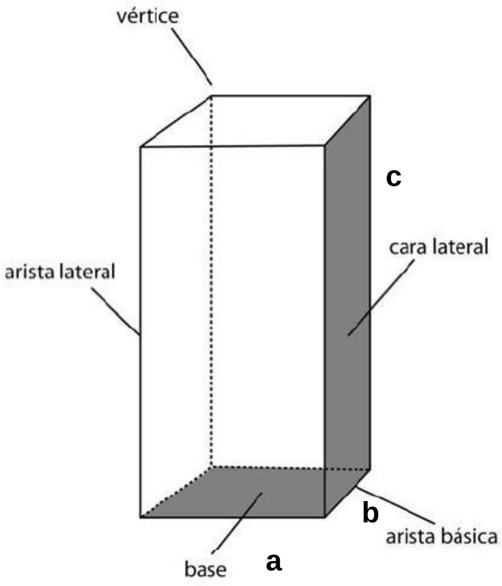
Respuesta: Necesitaremos 108000 litros de agua para llenar toda la piscina.

Las piscinas olímpicas que se utilizaron en la última olimpiada de Pekín tienen unas medidas de 50 metros longitud 20 de ancho y una profundidad de 1,8 m.

a) Calcula el volumen de una piscina de estas dimensiones.

Una piscina, una caja de zapatos, una habitación,… son elementos del espacio que suelen tener forma de ortoedro. Para calcular el volumen de un ortoedro multiplicaremos el **largo** por el **ancho** por el **alto** (profundidad). Si no conocemos las tres dimensiones pero sí el área de la base y la altura, debemos multiplicar ambos datos.

- **Volumen del ortoedro:**



V = a·b·c = Área base · c

En este problema nos encontramos ante la primera situación. Conocemos el largo (a = 50 m), el ancho (b = 20 m) y la profundidad (c = 1,8 m).

Aplicando la fórmula de forma adecuada obtenemos lo siguiente:

$$V = a \cdot b \cdot c = 50 \cdot 20 \cdot 1{,}8 = 1800\ m^3$$

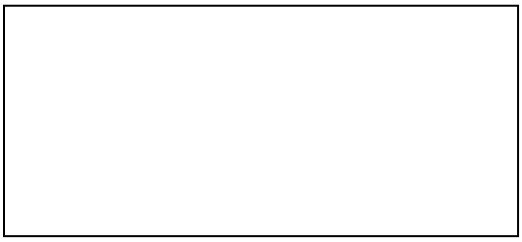
Al tratarse de un volumen, hemos de dar la respuesta en unidades de volumen. En este caso como el largo, el ancho y la profundidad van en metros, obtenemos el volumen en metros cúbicos.

Respuesta: El volumen de la piscina es de 1800 m^3.

b) Si la pintura interior tiene un precio de 30 euros el m^2, calcula el precio que nos costará pintar todo el interior de la piscina.

Para poder calcular el coste que supone pintar toda la piscina, antes debemos calcular el área interior total. Para ello descomponemos la piscina en sus paredes interiores:

- Suelo:



b = 20 m

a = 50 m

Área suelo = 50 · 20 = 1000 m^2

- Dos paredes largas:

c = 1,8 m

a = 50 m

Área 1 pared larga = 50 · 1,8 = 90 m^2

Área 2 paredes largas = 2 · 90 = 180 m^2

- Dos paredes cortas:

c = 1,8 m

b = 20 m

Área 1 pared corta = 20 · 1,8 = 36 m^2

Área 2 paredes cortas = 2 · 36 = 72 m^2

Podemos calcular ya el área interior total sumando el área del suelo más el área de las paredes largas más el área de las paredes cortas:

Área interior total = 1000 + 180 + 72 = 1252 m^2

Ahora, sabiendo que cada metro cuadrado de pintura interior cuesta 30 euros, es fácil calcular el coste total de pintar el interior de la piscina:

COSTE TOTAL PINTURA INTERIOR = 1252 · 30 = 37560 €

Respuesta: Pintar todo el interior de la piscina supone un coste de 37560 euros.

c) Haz un esquema de la piscina utilizando una escala 1:500. Indica a cada lado del dibujo las medidas en centímetros (cm).

Se trata de una pregunta de proporcionalidad directa y escalas. Antes de poder hacer el esquema escalado, debemos pasar cada una de las medidas a centímetros:

Largo = 50 m = 5000 cm

Ancho = 20 m = 2000 cm

Profundidad = 1,8 m = 180 cm

Posteriormente, utilizando la escala que nos indica el enunciado, podemos escalar cada una de las dimensiones:

- Largo:

  En los numeradores situamos las medidas en el mapa o esquema y en los denominadores sus correspondientes medidas reales. Todas ellas deben ir en la misma unidad de medida (en este caso centímetros).

$$\frac{1}{500} = \frac{x}{5000}$$

  Para despejar la x, debemos pasar dividiendo el número que se encuentra en diagonal respecto a ella:

$$x = \frac{1 \cdot 5000}{500} = 10\ cm$$

  Utilizaremos 10 cm en el esquema para representar el largo de la piscina.

- Ancho:

  En los numeradores situamos las medidas en el mapa o esquema y en los denominadores sus correspondientes medidas reales. Todas ellas deben ir en la misma unidad de medida (en este caso centímetros).

$$\frac{1}{500} = \frac{x}{2000}$$

  Para despejar la x, debemos pasar dividiendo el número que se encuentra en diagonal respecto a ella:

$$x = \frac{1 \cdot 2000}{500} = 4\ cm$$

  Utilizaremos 4 cm en el esquema para representar el ancho de la piscina.

- Profundidad:

  En los numeradores situamos las medidas en el mapa o esquema y en los denominadores sus correspondientes medidas reales. Todas ellas deben ir en la misma unidad de medida (en este caso centímetros).

$$\frac{1}{500} = \frac{x}{180}$$

  Para despejar la x, debemos pasar dividiendo el número que se encuentra en diagonal respecto a ella:

$$x = \frac{1 \cdot 180}{500} = 0{,}36\ cm$$

  Utilizaremos 0,36 cm en el esquema para representar la profundidad de la piscina.

De este modo podemos representar la piscina con el siguiente esquema:

- SUELO:

Largo = 5000 cm

Ancho = 2000 cm

- PARED LARGA:

Largo = 5000 cm

Profundidad = 180 cm

- PARED CORTA:

Ancho = 2000 cm

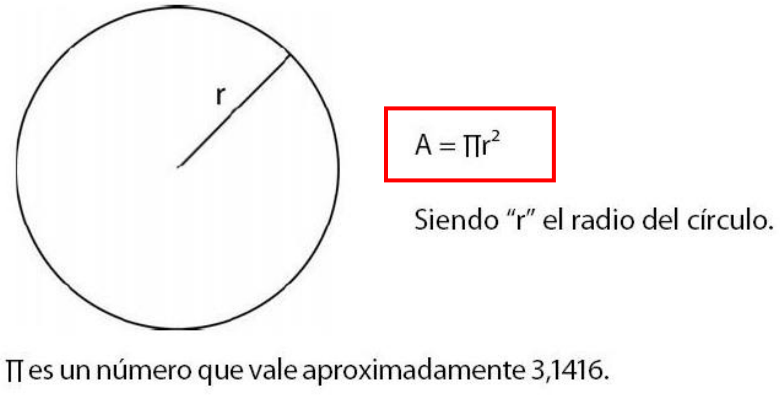
Profundidad = 180 cm

6. CHUPITO: *"Perímetros, áreas y volúmenes"*

El epicentro de un terremoto se ha localizado a dieciséis kilómetros al oeste de Port-au-Prince. Sabiendo que las ondas sísmicas son concéntricas y que el área del círculo viene dada por la fórmula: $A_{círculo} = \pi \cdot r^2$, ¿qué superficie ha arrasado el terremoto hasta llegar a Puerto Príncipe?

En este problema nos piden que calculemos el área de un círculo. Para ello utilizaremos la fórmula que nos dan en el enunciado. Recordemos que el área de un círculo es igual a la multiplicación del número "pi" (π = 3,141592654…) por el radio del círculo elevado al cuadrado:

- **Área de un círculo:**



Para introducir el número π en la calculadora podemos usar la tecla correspondiente (en la que aparece su símbolo) o bien introducir una aproximación de dicho número (por ejemplo 3,14).

Para este problema debemos considerar que el radio del círculo es igual a 16 Km. Realizando los cálculos adecuados obtenemos lo siguiente:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 16^2 = 3,14 \cdot 256 = 803,84\ Km^2$$

Al tratarse de un área, hemos de dar la respuesta utilizando unidades de superficie. En este caso, como la longitud del radio viene dada en kilómetros el área debe darse en kilómetros cuadrados.

Respuesta: El terremoto ha arrasado una superficie de 803,84 Km^2.

¡Ánimo y nos vemos en el Aula!